UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
Departamento de Matemáticas

E.T.S.I.T. – 2º CURSO
AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS
CONVOCATORIA ORDINARIA
30.01.07 – 16.00 horas

TIEMPO ESTIMADO: 3'0 horas

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN DE ESTE EXAMEN
Escribir nombre y apellidos en la primera hoja. Colocar el **DNI** en lugar visible. Deja tu dirección de e-mail si quieres recibir la calificación por e-mail.

(1.5 p.)	**1** Resuelve el problema de valor inicial $y^2 z_x + xyz_y = x$ con $z = 1 - y^2$ sobre la curva inicial $x = 0$.
(2.5 p.) (0.5 p.)	**2** Usa el método de separación de variables para resolver: $u_t = u_{xx},\ \ 0 < x < 1;\ t > 0$, con condiciones: $\left.\begin{array}{l} u_x(0,t) = u(1,t) = 0;\ t > 0 \\ u(x,0) = 1 - x^2;\ 0 < x < 1 \end{array}\right\}.$ Calcula razonadamente el límite de la solución, cuando t tiende a 0 y cuando tiende a infinito.
(1.0 p.) (1.0 p.)	**3** a) Halla el desarrollo de Laurent de la función $f(z) = \dfrac{2z-3}{(z-1)(z-2)}$ con región de convergencia $1 < \lvert z \rvert < 2$. b) Clasifica razonadamente las singularidades de la función $f(z) = \cos\left(\dfrac{1}{z-1}\right) + \dfrac{z-\pi}{\operatorname{sen} z}$.
(1.0 p.) (1.5 p.)	**4** a) Integra en el plano complejo para deducir que $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t^2}{t^4+1}\,dt = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$ b) Si $f(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} z^n$, deduce el valor de la integral $\displaystyle\int_{\lvert z \rvert = 1} \frac{f(z) \operatorname{sen} z}{z^2}\,dz$
(1.0 p.)	**5** Deduce la relación de la transformada z unilateral de $y[n] = x[n-2]$ en función de la transformada z unilateral de $x[n]$.

Publicación de las notas: domingo 1 de febrero, en la web.

Revisión: 2 y 3 de febrero de 9 a 10 h.

Si has resuelto las preguntas anteriores correctamente, y quieres optar a matrícula de honor, contesta a alguna de las siguientes cuestiones de la página siguiente:

1 * Enuncia el principio de máximo de las funciones armónicas y deduce la unicidad de solución del problema de Dirichlet.

2 * Integra $e^{\frac{-1}{2}z^2}$ alrededor del recinto rectangular de vértices $-R,\ R,\ R+iw,\ -R+iw$ y usar el hecho de que $\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-t^2}{2}}\,dt = \sqrt{2\pi}$ para demostrar que $\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-1}{2}t^2} e^{-iwt}\,dt = \sqrt{2\pi}\, e^{\frac{-1}{2}w^2}$

¿Qué se deduce de la transformada de Fourier de $e^{\frac{-1}{2}t^2}$?