1.- La curva $(x, y, z) = (\operatorname{sen} t, \cos t, 2\cos 2t)$, $t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ está en alguna superficie de nivel de la forma: $F(x, y, z) = 2(x^2 - y^2 + 1) + z = c$. Encontrar *c*. Comprobar que en cada punto de la curva, el vector tangente es ortogonal al vector normal a la superficie de nivel.

2.- Resolver el problema de valor inicial: $\frac{dx}{dt} = x^2, \quad x(0) = 1$. Comprobar que la función solución está definida sólo en el intervalo $|t| < 1$.

3.- Hallar la solución general de la ecuación diferencial lineal de primer orden:

$$\frac{dx}{dt} + p(t)x = q(t)$$

4.- Determinar la solución general de cada una de las ecuaciones lineales siguientes en los intervalos indicados:

(a) $\frac{dx}{dt} + \frac{1}{t}x = 1, \quad t > 0$

(b) $\frac{dx}{dt} + t^2 x = t^2, \quad -\infty < t < +\infty$

(c) $\frac{dx}{dt} - tx = 1, \quad -\infty < t < +\infty$

(d) $\frac{dx}{dt} + x = \operatorname{sen} t, \quad -\infty < t < +\infty$

5.- Para cada ecuación del problema anterior determinar la solución particular que cumple $x(1) = 2$.

6.- Resolver el problema de valor inicial: $\frac{dx}{dt} = x^3, \quad x(0) = 1$. Determinar el mayor intervalo donde es válida la solución.

7.- **a)** Hallar la solución general del sistema: $\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = -x_1$.

b) Hallar la solución particular que verifica: $x_1(0) = 1, \quad x_2(0) = 0$

8.- Comprobar que la función $f(t, x) = \sqrt{|x|}$ no es lipschitziana con respecto a *x* en ningún rectángulo centrado en el origen, y si lo es en cualquier rectángulo que no contenga al origen.

9.- Considerar el p.v.i. $x' = 2\sqrt{|x|}, \quad x(0) = 0$. Comprobar que para cada *c*, constante positiva, la función

$$x(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } t < c \\ (t - c)^2 & \text{si } c \le t \end{cases}$$

es una solución del problema. ¿Contradice esto el teorema sobre unicidad de solución?

10.- Encontrar una solución particular y_p de la ecuación dada:

(a) $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 2x$

(b) $4y'' + 4y' + y = 3xe^{x}$

(c) $y'' - y' - 6y = 2 \operatorname{sen} 3x$

(d) $y'' + y = \operatorname{sen} x + x \cos x$

11.- Encontrar una solución formal en serie de Fourier de cada uno de los problemas de contorno siguientes:

(a) $x'' + 2x = 1,\ x(0) = x(\pi) = 0$

(b) $x'' - 4x = 1,\ x(0) = x(\pi) = 0$

(c) $x'' + x = t,\ x(0) = x(1) = 0$

(d) $x'' + 2x = t,\ x(0) = x(2) = 0$