



TIEMPO ESTIMADO: 2 horas

INSTRUCCIONES: Se recomienda hacer las preguntas en una sola sesión con límite de tiempo (2 horas).

- (2.5 p.) **1** Se considera la ecuación del calor en un alambre de longitud π , es decir $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $0 < x < \pi$; $0 < t$, deducir las condiciones de contorno si las autofunciones son $X_n(x) = \sin nx$. En ese caso además hallar la distribución estacionaria de temperatura si la distribución inicial de temperatura viene dada por la función $\phi(x) = 5 \sin x - 7 \sin 4x$.
- (2.5 p.) **2** Resolver mediante el método de Fourier: $u_{tt} = u_{xx}$, $0 < x < \pi$; $0 < t$,
 $u(0, x) = x$; $u_t(0, x) = 0$; $u_x(t, 0) = u_x(t, \pi) = 0$. Escribir claramente los tres pasos en los que consiste la solución.
- (2.5 p.) **3** Considérese el problema de valor inicial $xz_x + (x+z)z_y = y - x$, sobre la curva $x = t$; $y = 2t$; $t \geq 0$. Hallar la solución $z = z(x, y)$ que sobre la curva anterior toma los valores $z = 1 - t$.
- (2.5 p.) **4** Resolver el problema de valor inicial $u_t = u^2 - u_x$ con $u(0, x) = 1 - 2x$ mediante el teorema de Cauchy-Kovalevsky dando la solución hasta los términos de orden 2.