1 Determinar, en cada caso, el mayor conjunto donde la función es holomorfa y clasificar razonadamente sus singularidades:

(a) $f(z) = (z+3)e^{\frac{1}{z+3}}$, (b) $f(z) = \dfrac{e^{iz}}{z^5+z}$.

(c) $f(z) = \dfrac{1}{z-1}e^{\frac{1}{z+1}}$. (d) $f(z) = z^3\cos\left(\dfrac{1}{z}\right) + \dfrac{\operatorname{sen} z}{z}$

(e) $g(z) = \dfrac{z-\pi}{1+\cos z}$ (f) $h(z) = \dfrac{e^{\frac{1}{z}}}{e^z}$

(g) $h(z) = \dfrac{e^z}{e^{\frac{1}{z}}}$ (h) $h(z) = \dfrac{z}{\operatorname{sen} z}$

(i) $h(z) = \dfrac{z}{\operatorname{tg} z\, e^z}$ (j) $f(z) = \operatorname{sen}(1/z)$

2 Hallar la serie de Laurent en el origen de la función $f(z) = \dfrac{e^{az}-1-az}{z^2}$

¿Qué tipo de singularidad tiene la función en el origen?

3 Hallar la serie de Laurent de las funciones siguientes en el punto y región que se indica:

(a) $f(z) = (z+3)e^{\frac{1}{z+3}}$, $z=-3$, (b) $f(z) = \dfrac{e^{iz}}{z^5+z}$, $0<|z|<1$.

(c) $f(z) = \dfrac{1}{z-1}e^{\frac{1}{z+1}}$, $z=-1$. (d) $f(z) = \dfrac{\operatorname{sen} z}{z^3}$, $z=0$

(e) $h(z) = \dfrac{e^z}{(z-i)^2}$, $z=i$ (f) $h(z) = e^{\frac{1}{z}}$, $z=0$

(g) $f(z) = e^z + e^{\frac{1}{z^2}}$ en $|z|>0$, (h) $g(z) = \dfrac{1}{z(z+R)}$ en $0<|z|<R$

(i) $h(z) = z\cos\dfrac{1}{z}$, $z=0$ (j) $f(z) = \dfrac{1}{z^2-1}$, $z=1$ en la región que contiene al círculo unidad.

4 Dar un ejemplo de una función $f \in \mathscr{H}(\mathbb{C}-\{i\})$ que tenga una singularidad esencial en $z=i$ con residuo $\operatorname{Res}(f,i)=\pi$.

5 Hallar la región de convergencia de la serie $\dfrac{1}{2z^2} - \dfrac{1}{z} + 2 - 4z + 8z^2 - 16z^3 + \dots$ y encontrar la función holomorfa a la que converge.