Preguntas de clase 2

1.- La fórmula de Stirling es:

$$\boxed{n! \sim n^n e^{-n}\sqrt{2\pi n}}$$

2.- Si n tiende a ∞, ordenar de menor a mayor (usando la notación $<<$) las siguientes expresiones:

$$n^2,\ 4^n,\ \ln n,\ n^4,\ n!,\ \sqrt[n]{n}$$

La solución es:

$$\sqrt[n]{n} << \ln n << n^2 << n^4 << 4^n << n!$$

3.- Calcular el ímite siguiente:

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\dfrac{2}{1} + \dfrac{3^2}{2} + \dfrac{4^3}{3^2} + \cdots + \dfrac{(n+1)^n}{n^{n-1}}}{n^2}.$$

El límite se hace por Stolz. Si $a_n = \dfrac{(n+1)^n}{n^{n-1}}$ y $b_n = n^2$, entonces

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{\dfrac{(n+1)^n}{n^{n-1}}}{2n-1}$$

Ahora multiplico y divido por n el numerador para agrupar lo que queda en el producto de dos límites que puedo calcular:

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{n\cdot\dfrac{(n+1)^n}{n^{n-1}n}}{2n-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{2n-1} \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^n}{n^n} = \frac{1}{2}\cdot e = \frac{e}{2}$$

Puedes resolver las otras dos preguntas que eran:

2.- Si n tiende a ∞, ordenar de menor a mayor (usando la notación $<<$) las siguientes expresiones:

$$3^n,\ n^n,\ \ln n,\ n^2,\ n!,\ \sqrt[n]{n}$$

3.- Calcular el ímite siguiente:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\dfrac{\sqrt{2\pi}}{1} + \dfrac{2^2\sqrt{4\pi}}{2} + \dfrac{3^3\sqrt{6\pi}}{3!} + \cdots + \dfrac{n^n\sqrt{2\pi n}}{n!}}{e^{n+1}}.$$

En este límite se aplica Stolz y después Stirling.