Nombre y Apellidos:

Preguntas de clase 6 Fecha: 16 de enero de 2009

1.- Estudiar los extremos relativos de la función:

$$f(x,y) = 4xy - x^4 - y^4$$

Solución:
Estudiamos en **primer lugar** el sistema de ecuaciones de las derivadas parciales primeras:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{ll} 4y - 4x^3 & = 0 \\ 4x - 4y^3 & = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{ll} y & = x^3 \\ x & = y^3 \end{array}\right\}$$

De donde $x = \left(x^3\right)^3$, $x - x^9 = 0$, $x(1-x^8) = 0$, que tiene por únicas raíces reales $x = 0$, $x = 1$ y $x = -1$ para los que los respectivos valores de y son $y = 0, 1, -1$. Por lo tantos los puntos críticos son $(0,0)$, $(1,1)$, $(-1,-1)$.

En **segundo lugar** discutimos cada punto crítico tras hallar la matriz Hessiana:

$$H = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12x^2 & 4 \\ 4 & -12y^2 \end{pmatrix}$$

- En $(0,0)$, $H = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ y como $|H| = \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -16 < 0$, tenemos un punto de silla.

- En $(1,1)$, $H = \begin{pmatrix} -12 & 4 \\ 4 & -12 \end{pmatrix}$ y como $|H| = \begin{vmatrix} -12 & 4 \\ 4 & -12 \end{vmatrix} = 144 - 16 > 0$, y $-12 < 0$, tenemos un MÁXIMO.

- En $(-1,-1)$, $H = \begin{pmatrix} -12 & 4 \\ 4 & -12 \end{pmatrix}$ y como $|H| = \begin{vmatrix} -12 & 4 \\ 4 & -12 \end{vmatrix} = 144 - 16 > 0$, y $-12 < 0$, tenemos otro MÁXIMO.