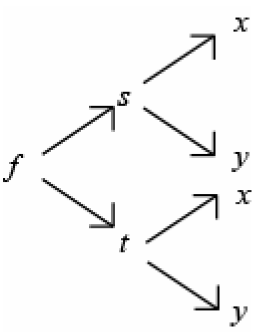
UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
Departamento de Matemáticas

E.T.S.I.T. – 05/2006
PRIMER CURSO
CÁLCULO – 16.12.05
Test composición de funciones

1.- Hallar las $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ si $f(s,t) = s^2 + st$, y $s = x \ln y,\ t = x + y$, usando el árbol de dependencia de variables.

El esquema de dependencia de variables es:



Por tanto,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial s} \cdot \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial x} = (2s + t)\ln y + s .$$

Para hallar la derivada parcial segunda que se pide, se pueden sustituir en la expresión anterior las funciones *s* y *t*, y después derivar respecto de *y;* o bien, volver a aplicar la regla de la cadena, derivando respecto de *y* $\dfrac{\partial f}{\partial x}$:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\Big(\big(2x \ln y + x + y\big)\ln y + x \ln y\Big) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial y}\Big(2x(\ln y)^2 + x \ln y + y \ln y + x \ln y\Big) =$$

$$= 4x \ln y \frac{1}{y} + \frac{x}{y} + \ln y + 1 + \frac{x}{y} = \frac{2x + 4x \ln y}{y} + \ln y + 1$$