

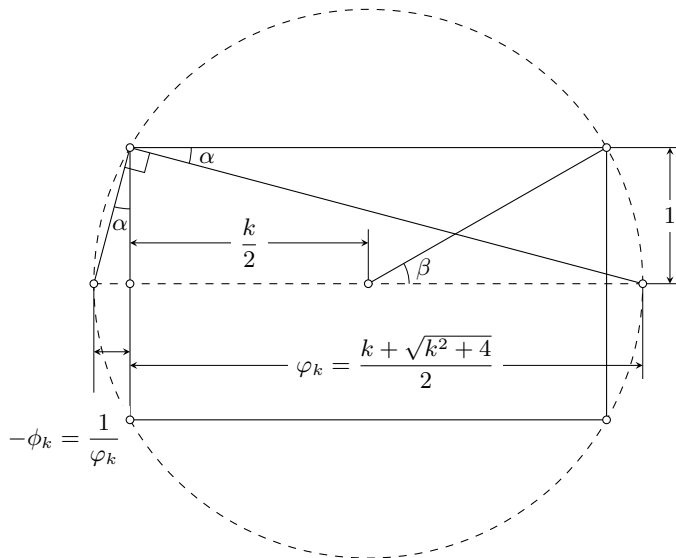
Relación entre la k -ésima media metálica y $\arctan(2/k)$

Para k entero positivo se definen los números de k -Fibonacci, $\{F_{k,n}\}_{n \geq 0}$, por la relación de recurrencia $F_{k,n+2} = kF_{k,n+1} + F_{k,n}$ para $n \geq 0$, con valores iniciales $F_{k,0} = 0$ y $F_{k,1} = 1$ (véase [1]).

TEOREMA. Sean φ_k y ϕ_k , respectivamente, las raíces positiva y negativa de la ecuación de recurrencia asociada $x^2 = kx+1$ (con esta notación, φ_k son las denominadas medias metálicas). Entonces,

$$\arctan\left(\frac{1}{\varphi_k}\right) = \arctan(-\phi_k) = \frac{\arctan(2/k)}{2}.$$

DEMOSTRACIÓN. Sobre un rectángulo $k \times 2$:



$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{\varphi_k}\right) = \arctan(-\phi_k), \quad \beta = 2\alpha = \arctan\frac{2}{k}. \quad \square$$

REFERENCIA

- [1] S. FALCÓN Y Á. PLAZA, On the Fibonacci k -numbers, *Chaos, Solitons and Fractals* **32** (2007), no. 2, 1615–1624.

ÁNGEL PLAZA, DPTO. DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

Correo electrónico: angel.plaza@ulpgc.es

Página web: <http://www.dma.ulpgc.es/profesores/personal/aph/>