

Do Students Really Understand the Statements of the Problems?

¿Comprenden los alumnos los enunciados de los problemas?

**Sergio Falcón Santana, Pedro Medina Rodríguez,
Ángel Plaza de la Hoz**

Departamento de Matemáticas, Universidad de Las Palmas G. C.
sergio.falcon@ulpgc.es, pedro.medinal10@alu.ulpgc.es,
aplaza@dmate.ulpgc.es

Abstract

Probably the first difficulty that a student has when he faces a math problem is the comprehension of the language of the problem. Sometimes the student does not understand the problem because he simply does not know the meaning of some words or does not understand the sentences, but most of the times the student does not understand it because he is unable to understand what exactly the question is. With the intention of understanding better this situation, we have developed a work with a group of students of the third course of ESO (Spanish Compulsory Secondary Education) involving the resolution of five math problems in two different ways: in the first one we propose the students to precise what is asked in each exercise; in the second one we propose the same exercise but the students are given four solutions in order to choose the correct one.

Introducción

En las últimas décadas, las reformas educativas han ido derivando hacia una preponderancia de la resolución de problemas en los programas educativos de matemáticas, convirtiéndose en la mayoría de los casos en el eje principal de desarrollo

de los contenidos. Las evaluaciones de la competencia matemática por parte de la OCDE, con la publicación de los informes PISA, donde se evalúan situaciones problemáticas contextualizadas, ha reforzado la necesidad de insistir en la resolución de problemas como objeto de aprendizaje por parte de los alumnos.

El actual sistema educativo español (LOMCE [1]), en el Real Decreto 1105/2014 establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato donde nos define la competencia matemática como “la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver problemas diversos en situaciones cotidianas” (p.170). Este mismo decreto indica que debemos entender la resolución de problemas como uno de los ejes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. También establece una relación necesaria entre el aprendizaje de las matemáticas y la competencia en comunicación lingüística, ya que se entiende la necesidad de que los alumnos tengan adquirida esta competencia en un grado suficiente que les facilite la capacidad de leer de forma comprensiva los enunciados de los problemas a los que se enfrenten, y que por lo tanto sean capaces de establecer un plan de acción y puedan comunicar los resultados obtenidos favoreciendo la reflexión, el diálogo y la comunicación matemática.

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)[2] en su propuesta de *Principios y Estándares para la educación matemática en EE.UU*, establece entre sus estándares de procesos la resolución de problemas como un modo de adquirir y usar el conocimiento y, como consecuencia, propone que esta habilidad deba ser enseñada por los profesores.

Numerosas líneas de investigación han dado a la resolución de problemas un papel muy importante en el modo de hacer matemáticas, especialmente en el desarrollo del pensamiento matemático. Relacionando esta tarea de resolver problemas con la actividad matemática en sí, además, se entienden estos procesos de resolución de problemas como una oportunidad que tienen los alumnos para formular hipótesis, proponer conjeturas, desarrollar estrategias de solución, fomentar la creatividad, potenciar la comunicación, la abstracción, la generalización, etc.

Por lo tanto, nos encontramos con la necesidad de potenciar la resolución de problemas en la escuela, ya que, un por un lado forma parte del modo de hacer matemáticas, y por otro, es una necesidad para que los futuros ciudadanos sean capaces de enfrentarse a diferentes problemas en su vida diaria, por estos motivos el sistema educativo incluye la resolución de problemas no sólo como una mera

ejercitación de los contenidos aprendidos sino también como un objeto de confianza.

En educación secundaria obligatoria los profesores de matemáticas suelen partir de la base de que los alumnos tienen desarrollada la capacidad de resolver problemas, pues sabemos que se han trabajado desde la educación primaria y que han aprendido las estrategias necesarias para abordarlos. Como consecuencia y desde un punto de vista conductual, creemos que la repetición frecuente de lo que se intenta enseñar se llega a automatizar. Por contra, nuestra experiencia demuestra que realmente los alumnos, incluso los de mayor nivel académico, tienen serias dificultades a la hora de enfrentarse a los problemas. Es un ejemplo una vez más, de la diferencia que existe entre el currículo impartido por los profesores en la práctica docente y el currículo realmente alcanzado por los alumnos.

Otro aspecto que nos parece relevante es la falta de motivación que muestran los alumnos desde el momento en que oyen la palabra "problema". Entendemos que viene provocado por el fracaso que han experimentado durante años de escolarización generándose una actitud respecto a los problemas que afecta su rendimiento en esta tarea [3]. A pesar de que autores como Lester (citado en [3]) incluyen una cierta dosis de fracaso como elemento necesario en la resolución de problemas. Lógicamente es normal que los alumnos cometan errores y que de los errores se puede aprender, pero un exceso de fracaso suele provocar que los alumnos abandonen esta tarea con prontitud y se concentren en los aspectos instrumentales de la Matemática donde tienen más posibilidades de éxito.

Además, es muy importante tener en cuenta la diferencia entre los conceptos de problema y ejercicio. Los profesores debemos preocuparnos por enseñar a nuestros alumnos a resolver problemas y para ello tenemos que distinguir entre situaciones a veces completamente diferentes cuando deberían ser coincidentes. La primera situación es la que creamos cuando planteamos problemas en clase para nuestros alumnos. Generalmente estos problemas son ideales, con escasas variantes y, a veces, sin demasiada conexión con el mundo real. Planteado el problema el alumno encasilla la situación en el lugar adecuado y su resolución es enteramente prácticamente automática. La segunda situación la constituyen las situaciones problemáticas entendiendo por tales aquellas en la que no existe un proceso automático de resolución de dicha situación.

Los profesores solemos realizar los ejercicios en la pizarra y pretendemos que los alumnos aprendan imitándonos. Explicamos los ejercicios verbalizando

pero normalmente los alumnos copian lo que escribimos en la pizarra, mas no lo que decimos.

Es evidente que la resolución de una situación matemática es distinta a reconocer cuándo aplicar dicha situación. Enseñar a nuestros alumnos a resolver problemas desde el área de matemáticas les facilitará transferir esta habilidad a otras áreas.

Desde los trabajos de Polya [5], continuando con Schoenfeld [6] hasta la actualidad, desde diferentes campos de investigación, numerosos autores han propuesto etapas o fases que un alumno debe recorrer a la hora de resolver un problema y en todas estas propuestas la fase de comprensión del problema juega un papel fundamental [7 - 17].

Es indiscutible que el primer escollo que los alumnos deben superar al enfrentarse a un problema requiere de una competencia lingüística suficiente, ya que la lectura comprensiva de los enunciados es muy importante en los procesos de resolución de problemas, el análisis de la información, la verbalización de los procesos seguidos, la formulación de preguntas, el debate generado en el proceso, la comunicación de los resultados, etc. Por todo esto es comprensible que si los alumnos trabajan problemas, especialmente en grupo pequeño donde tiene lugar una interacción entre los compañeros, mejorarán su competencia comunicativa. En este sentido la LOMCE ya establece una relación necesaria entre la competencia matemática, expresada a través de la resolución de los problemas, y la competencia lingüística [1].

Es habitual escuchar a los profesores argumentar el fracaso de sus alumnos en esta tarea por el hecho de que no comprenden lo que leen, sin valorar en la mayoría de las ocasiones que éste es un aspecto que debemos trabajar también desde el área de las matemáticas. En esta línea, hay autores que han demostrado que estrategias que creemos fáciles de aplicar, como la lectura en voz alta de los enunciados de los problemas, la enseñanza del vocabulario básico, la escritura de las ideas y de los procesos de resolución, dan buenos resultados en la solución de los problemas [18], [19], [20]. O estrategias más específicas, como proponer a los alumnos tareas matemático-literarias que han demostrado una mejora de la comprensión de los enunciados [21].

Comprender el problema según [22] “implica transformar la información recibida en una representación interna en la memoria del sujeto, e integrarla en un esquema cognitivo que permita darle significado”. Es por ello que los procesos de

resolución de problemas implican movilizar ciertas estrategias por parte del individuo que le conducen a comprender el enunciado del problema y “poder generar a partir del texto verbal una representación interna abstracta en que se recoger distintas proposiciones, sus relaciones semánticas, así como la situación cualitativa descrita en el enunciado” [23]. [24] añade las intenciones del autor del enunciado como un factor muy importante para comprender el enunciado de problema. En algunas ocasiones, cuando planteamos algunos problemas en clase puede ocurrir que el significado del que nosotros partimos no sea el mismo que asumen los alumnos al intentar resolverlos [25].

Hay que tener en cuenta que en esta fase los alumnos tienen dificultades respecto al conocimiento del vocabulario, la falta de familiaridad con la situación planteada, la relación entre los datos y la pregunta [26], y si aparecen datos superfluos, especialmente si son números, les generan confusión al intentar averiguar dónde ubicarlos. Encontramos problemas de verbalización, fundamentalmente de tipo léxicos y gramaticales [24]. Un enunciado que no esté acorde a la capacidad de comprensión de los alumnos generará problemas no esperados a la hora de resolverlo por parte del profesor más preocupado de los aspectos matemáticos que lingüísticos.

Nuestra forma habitual de trabajar los problemas en clase ha consistido en la lectura del enunciado por parte del profesor y verbalización del procedimiento mientras los resolvemos. Las dificultades para que los alumnos resuelvan bien los problemas los situamos habitualmente en el ámbito de las matemáticas, aunque como ya señalamos anteriormente los problemas en la comprensión era un aspecto que había que considerar. Con este trabajo simplemente pretendíamos comprobar si los alumnos tenían un nivel adecuado respecto a la comprensión del enunciado como se podía esperar de alumnos de esta edad.

1. Metodología

Como hemos mencionado, en este trabajo queríamos comprobar si el nivel de comprensión de los enunciados de los problemas de un grupo de alumnos de 3º Educación Secundaria era suficiente para resolver un conjunto de problemas similares a los que podríamos encontrar en un libro de texto del nivel. Es decir, si el nivel de comprensión podía explicar las dificultades con las que nos encontramos los profesores a la hora de abordar los problemas en clase.

Para su consecución, desde una perspectiva empírico – analítica, la investigación parte de un diseño cuasi-experimental sin grupo control, usando grupos de alumnos ya formados en el centro educativo.

La experiencia se ha realizado en un centro privado – concertado de la ciudad de Las Palmas de Gran Canaria. En el centro, los alumnos pueden estudiar desde la educación infantil hasta el bachillerato. En la misma han participado un total de 72 alumnos de tercero de educación secundaria obligatoria, de los que se contabilizan 37 varones (51,4% del total) y 35 hembras (48,6%).

Para la medición elaboramos un cuestionario con cinco ejercicios similares a los que se resuelven en clase, es decir, problemas aritméticos de enunciado verbal que podemos encontrar en los libros de texto del nivel

Se realizaron dos versiones del mismo cuestionario: una primera que denominamos C1 y en el que las respuestas a los ejercicios implicaba una explicación por escrito por parte de los alumnos, y una segunda versión que denominamos C2 de respuesta múltiple con cuatro alternativas posibles. En el caso de C1, lo que pedimos a los alumnos es que sean capaces de definir la naturaleza del problema y entender lo que se pide. Se realizaron dos versiones del mismo cuestionario ya que en la versión C1 intuíamos que los alumnos podían tener dificultades al no ser la forma habitual con la que se enfrentan a los problemas en clase, ya que no están acostumbrados a explicar los procesos de resolución, sino intentar resolverlos directamente. En C2 entendíamos que les facilitaba la reflexión sobre lo que les pedíamos al tener que buscar la respuesta adecuada. El objetivo final era comprobar si había diferencias en los niveles de comprensión que manifestaban los alumnos en la resolución de ambos cuestionarios.

A la hora de valorar C1 hemos tenido en cuenta el hecho de que nosotros entendemos que la respuesta que da el alumno es válida para que posteriormente pueda resolver el problema. En el caso de C2 sólo hay una respuesta correcta de las cuatro alternativas por lo que la corrección es más objetiva.

Un factor importante a tener en cuenta en el desarrollo de la investigación es que los cuestionarios no han sido anónimos, pues pretendíamos poder comparar los resultados de los alumnos en los cuestionarios con sus calificaciones en matemáticas y porque, además, creemos que influye en la actitud de los alumnos a la hora de realizar las actividades propuestas.

Con objeto de analizar la variable tiempo, tomamos el tiempo que invirtió cada alumno en su realización.

Los cuestionarios fueron realizados en el primer trimestre del curso una vez que se repasaron los contenidos necesarios, también hay que considerar que en ningún momento se explicaron estrategias para la resolución de problemas, por lo que los alumnos se enfrentaron a la resolución de los problemas del cuestionario con los conocimientos adquiridos en cursos anteriores. Los contenidos utilizados en los problemas estaban relacionados con los números racionales, principalmente porque era el contenido que correspondía en la programación, además, es un contenido que por nuestra experiencia los alumnos manifiestan dificultades, habiéndolo trabajado previamente en los dos cursos anteriores de secundaria.

Previamente a la realización del cuestionario comentamos con los alumnos la necesidad de comprender el problema, hacemos las preguntas: ¿qué se pregunta?, ¿qué es lo que se desconoce?, ¿cuáles son los datos y condiciones? Además realizamos una lectura en voz alta y una revisión del significado de las palabras de cada uno de los problemas siguiendo las sugerencias de [18].

2. Cuestionarios

Seguidamente presentamos los cuestionarios mencionados así como los resultados obtenidos por los alumnos en su realización.

2.1 Cuestionario C1

A continuación encontrarás cinco problemas y queremos saber qué comprendes al leerlos. Para ello te pedimos que expliques el significado de cada uno de ellos. Es decir, ¿qué te pide este problema? o ¿en qué consiste este problema? Es importante que tengas en cuenta que no te pedimos que expliques cómo lo harías, ni cómo es la respuesta. Para ayudarte a entenderlo, te presentamos un ejemplo de cómo se realizan estos ejercicios.

Ejemplo: Marta tiene en su habitación una estantería en la que se pueden colocar 100 libros. La ha llenado con 18 libros de viajes, 44 libros de lectura y 26 libros escolares. También ha colocado una enciclopedia con muchos tomos. ¿Cuántos tomos tiene la enciclopedia?

Respuesta: Este problema consiste en averiguar qué cantidad de libros ocupan la estantería y calcular los que se pueden calcular todavía, siendo éstos el número de tomos que tiene la enciclopedia.

Cuestiones:

1. El responsable de un concesionario de coches anota el color de los mismos cuando los traen y los divide en tres clases distintas en función del color. Esta información es muy importante para estacionarlos en tres zonas distintas de un aparcamiento. Ayer había aparcados 10 coches blancos, el mismo número de negros, cinco rojos y el mismo número de color amarillo. Los días quince de cada mes le hacen una entrega en función de tres gamas distintas, gama media, alta o baja. Hoy han traído 30 coches de color blanco, 10 de color negro y 20 de otros colores. ¿Qué fracción de coches de cada clase tenemos?
2. Un camionero transporta su mercancía desde una ciudad A hasta otra B separadas 3.500 km. Le han dado una semana para hacer el trabajo; el lunes sale de la ciudad A y conduce mañana y tarde, el martes sólo conduce durante la mañana, el miércoles sólo lo hace por la tarde, el jueves mañana y tarde, el viernes descansa, por último el sábado llega a la ciudad B. Suponiendo que hace el mismo número de kilómetros en cada etapa, ¿cuántos kilómetros recorre en cada una?
3. Un convoy está formado por una locomotora que arrastra tres vagones, V1, V2 y V3. La longitud de V1 es $\frac{1}{3}$ de la longitud de V2 y la longitud de V3 es $\frac{3}{4}$ de la longitud de V2. La locomotora tiene una longitud igual a $\frac{2}{3}$ la longitud de V2. Si la longitud del V2 es de 21 metros. ¿Cuánto mide el convoy?
4. En una zona ha habido una fuerte tormenta de granizo y han sido dañadas 7 manzanas de las 15 que había en un árbol, y en otro árbol se han estropeado 4 de las nueve que tenía. ¿Qué árbol ha salido más perjudicado?
5. A la semana gasto $\frac{1}{5}$ de lo que me dan mis padres en transporte, $\frac{2}{3}$ en golosinas y el resto en el cine que cuesta 5 euros. ¿Cuál es la cantidad total que me dan mis padres?

2.2 Cuestionario C2

A continuación encontrarás cinco problemas y queremos saber qué comprendes al leerlos. Para ello te pedimos que selecciones una de las respuestas que mejor responde a las preguntas: ¿qué te pide este problema? o ¿en qué consiste este problema?

1. (El mismo enunciado que en C1).

- Hallar el total de coches y relacionarlos con los tres tipos de gamas.
- Hallar el total de coches y relacionarlos los tres tipos de colores.
- Hallar el número de coches de cada color respecto al total de coches.
- Hallar el número de coches de cada gama respecto al total de coches.

2. (El mismo enunciado que en C1).

- Calcular la fracción resultante entre el total de kilómetros y los siete días de la semana.
- Calcular el número de etapas en total.
- Calcular el número total de kilómetros que hay que recorrer.
- Calcular el número de kilómetros que le queda por recorrer.

3. (El mismo enunciado que en C1).

- Calcular cada una de las partes que forman el convoy en función de $V1$ y $V2$.
- Calcular cada una de las partes que forman el convoy en función de $V1$.
- Calcular cada una de las cuatro partes que forman el convoy en función de $V1$ y $V2$.
- Calcular cada una de las cinco partes que forman el convoy en función de $V1$ y $V2$.

4. (El mismo enunciado que en C1).

- Calcular la fracción de manzanas estropeadas en cada árbol.
- Comparar la fracción de manzanas estropeadas en cada árbol.
- Calcular el total de manzanas estropeadas respecto al total de manzanas.
- Comparar la fracción de manzanas no estropeadas en cada árbol.

5. (El mismo enunciado que en C1).

- Calcular qué fracción del total me gasto en el cine.
- Calcular lo que me gasto en total.
- Calcular lo que me gasto en golosinas y en transporte.
- Calcular lo que me gasto en golosinas, en transporte y sumarle los cinco euros.

3. Resultados

Respecto a la redacción de los problemas, los alumnos no han manifestado dificultades en el lenguaje utilizado. En cambio, a la hora de responderlos, en el cuestionario C1 indicaron que no sabían muy bien cómo contestar argumentando falta de experiencia en este tipo de actividades mientras que en el C2 señalaban dificultades.

tades al encontrar respuestas que interpretaban como muy parecidas, aunque el poder contar con las respuestas les había ayudado bastante.

Los datos han sido procesados con el programa informático SPSS Statistics en su versión 22.

3.1 Resultados con el cuestionario C1

Este cuestionario ha sido realizado por 72 alumnos de los que se contabilizan 37 varones (51,4% del total) y 35 hembras (48,6%).

En la siguiente tabla podemos observar las calificaciones obtenidas por los alumnos con sus frecuencias y porcentajes:

Calificación	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
0	24	33,3	33,3
1	20	27,8	61,1
2	12	16,7	77,8
3	9	12,5	90,3
4	6	8,3	98,6
5	1	1,4	100

En este cuadro se observa que el número de alumnos en cada estadillo está en proporción inversa al número de respuestas correctas. Como resultados relevantes indiquemos que en una tercera parte de los alumnos ha obtenido cero puntos y que sólo 16 alumnos (22,2%) han obtenido una calificación igual o superior a tres puntos, que era el valor mínimo para considerar la prueba como superada. En la tabla siguiente se observan los porcentajes de acierto en cada uno de los ejercicios:

Ejercicio número	1	2	3	4	5
Porcentaje de acierto	17,8	26,4	41,7	30,6	12,4

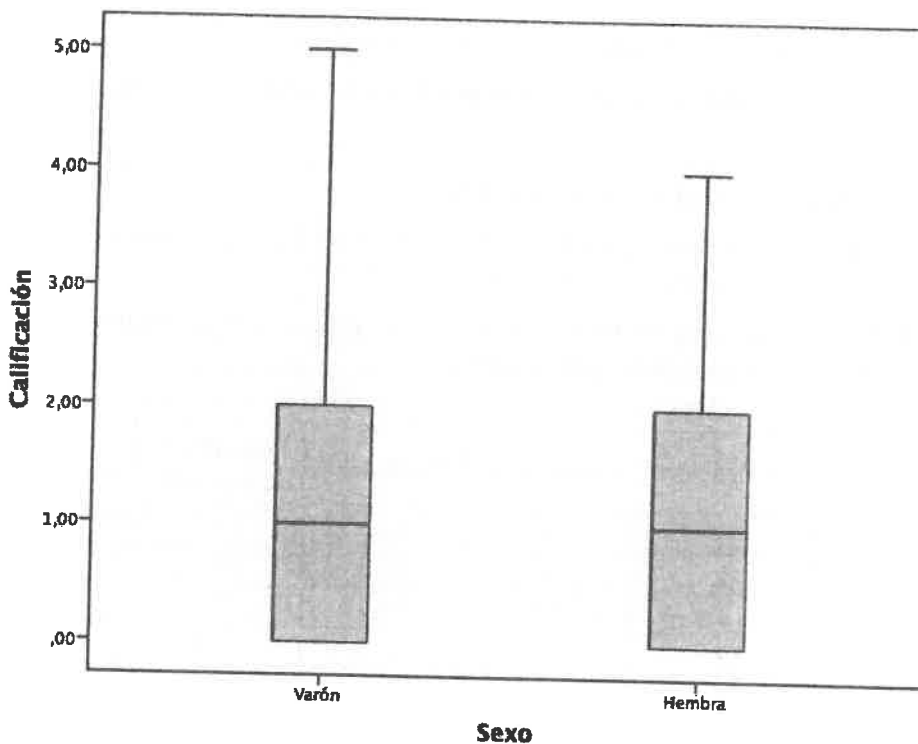


Figura 1. Calificación diferenciada por género

La calificación media en el caso de los varones ha sido de 1,38 ($\pm 1,34$), mientras que entre las chicas ha sido de 1,40 ($\pm 1,4$). En ambos casos la mediana ha sido igual a 1. En la anterior Figura 1 podemos observar la distribución de los datos teniendo en cuenta el género de los alumnos.

Hemos realizado la prueba de U de Mann-Whitney [27] para muestras independientes y no hemos encontrado una relación estadísticamente significativa (valor igual a 0,981) entre la calificación obtenida y el sexo del alumnado. Concluimos así que la calificación obtenida es independiente del género. El tiempo medio que tardaron los alumnos en realizar la prueba fue de 17,4 minutos ($\pm 6,3$ con un mínimo de 7 minutos y un máximo de 44. El intervalo de confianza para media con un nivel del 95% fue de (15'91,18'86). En el caso de los varones

tiempo medio fue de 18,27 minutos (± 8) y en el caso de las hembras de 16,46 ($\pm 3,58$). El tiempo empleado en realizar la prueba no correlaciona positivamente con la calificación obtenida ($r = 0,136$).

3.2 Resultados con el cuestionario C2

Este cuestionario ha sido realizado por 67 alumnos de los que se contabilizan 32 alumnos, equivalentes al 47,8% del total y 35 alumnas, el 52,2%.

La siguiente tabla muestra las calificaciones de los alumnos con sus frecuencias y porcentajes:

Calificación	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
0	6	9	9
1	18	26,9	35,8
2	28	41,8	77,6
3	13	19,4	97
4	2	3	100
5	0	0	100

Como se puede comprobar sólo 15 alumnos (22,4% del total) han obtenido una calificación igual o superior a tres puntos, valor de referencia para considerarse apto. En la tabla siguiente podemos observar los porcentajes de acierto de cada ejercicio:

Ejercicio número	1	2	3	4	5
Porcentaje de acierto	26,9	25,4	61,2	53,7	13,4

La calificación media en el caso de los varones ha sido de 2,06 ($\pm 0,95$) mientras que las alumnas han obtenido una media de 1,57 ($\pm 0,92$). En ambos casos la mediana es igual a 2. Los resultados los podemos observar en la siguiente Figura 2:

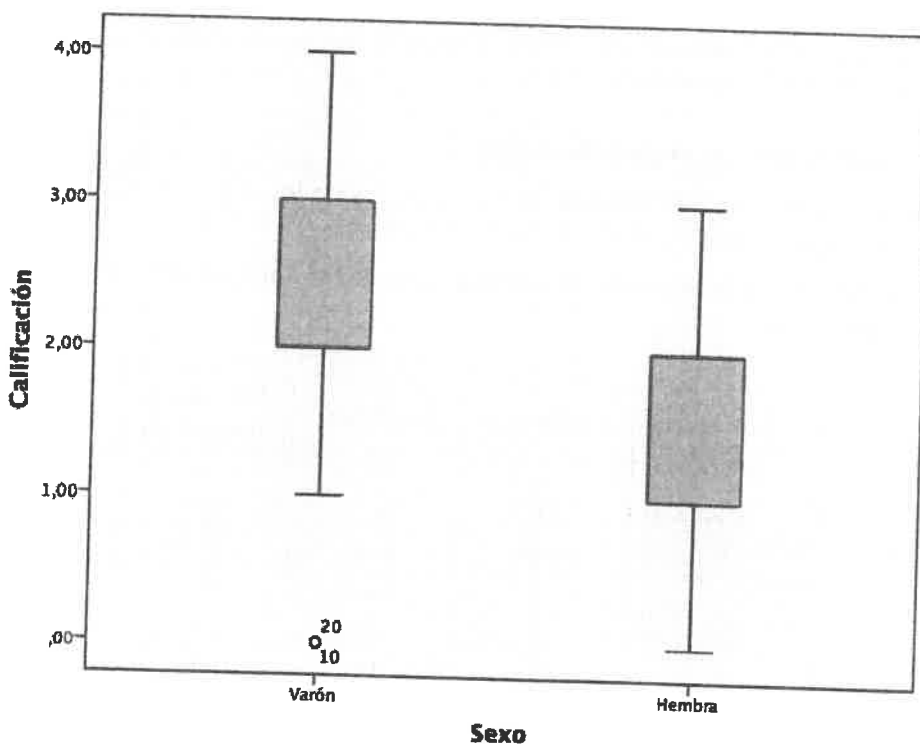


Figura 2. Calificación diferenciada por género

También hemos realizado la prueba de U de Mann-Whitney para muestras independientes y, en este caso sí que hemos encontrado una relación estadísticamente significativa ($p = 0,036$) entre la calificación obtenida y el sexo de los alumnos. El tiempo medio que han tardado en realizar la prueba ha sido de 14,04 minutos ($\pm 4,46$), con un mínimo de 6 minutos y un máximo de 31. El intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza del 95% es de (12'96, 15'13).

Los resultados obtenidos del estudio han sido estadísticamente no significativos ($r = 0,173$) respecto a la relación entre el tiempo en realizar la prueba y la calificación en la misma. El tiempo empleado en realizar la prueba no se ha visto afectado por el sexo de los alumnos, prueba de U de Mann-Whitney para muestras independientes ($p = 0,766$).

3.3 Comparación de los dos cuestionarios

Respecto a las calificaciones obtenidas comparando ambos cuestionarios destacamos que, aunque la calificación valorada como apto (calificación igual o superior a 3 puntos) prácticamente se ha mantenido, la calificación de cero puntos ha bajado un 24,3% y ha aumentado un 25,1% la calificación de dos puntos.

En la tabla siguiente podemos ver los porcentajes de acierto de cada ejercicio en los dos cuestionarios:

Ejercicio nº	1	2	3	4	5
C1	17,8	26,4	41,7	30,6	12,4
C2	26,9	25,4	61,2	53,7	13,4

Como se puede observar, los resultados de los ejercicios 2 y 5 han sido prácticamente iguales en ambos cuestionarios y significativamente mayores en el C2 en el resto.

Respecto al tiempo empleado en realizar los cuestionarios, en C2 se ha reducido a (12'96, 15'13) frente a (15'91, 18'86) en C1. En el segundo cuestionario el tiempo medio en realizarlo ha sido inferior en aproximadamente 3 minutos, lo que interpretamos como una mayor confianza por parte de los alumnos al tener más claro lo que debían responder.

De la corrección del C1 hemos detectado que los alumnos tienen serias dificultades para expresar sus ideas y creemos que esta dificultad se puede traducir en algunas respuestas que hemos dado por incorrectas.

Respecto a la correlación entre la calificación en el cuestionario C1 y la calificación académica ha sido de $r = 0,493$ y en el caso de C2 ha bajado hasta $r = 0,266$.

La prueba de Wilcoxon de los rangos con signo para muestras relacionadas muestra que existe una diferencia estadísticamente significativa ($p\text{-valor}=0,029$) a un nivel de significación de 0,05 entre las calificaciones totales obtenidas entre ambos cuestionarios.

4. Conclusiones

Los resultados obtenidos en la calificación total en ambos cuestionarios han sido inferiores a los esperados. Nosotros creíamos que el bajo rendimiento de alumnos en la resolución de problemas escolares se concentraba principalmente en los aspectos matemáticos, pero los resultados de este trabajo reflejan que hay otros aspectos que quizás afecten más. La conclusión es que el nivel de comprensión de los enunciados de los problemas por parte de los alumnos de tercero de educación secundaria es inferior al que necesitan para poder realizar los problemas que se proponen en la mayoría de los libros de texto. Y por lo tanto, hay que trabajar en clase estrategias concretas que faciliten una mejoría en la comprensión de los enunciados.

Los alumnos con un mayor rendimiento académico no obtienen los resultados que esperan en los procesos de resolución de problemas, pues también tienen dificultades en la fase de comprensión, siendo este aspecto una fuente de ansiedad que tiene que ser objeto de atención.

Con respecto a la relación entre la calificación total obtenida y el sexo de los alumnos hemos encontrado que esta relación es significativa en el segundo cuestionario y es ésta una cuestión que analizaremos en un futuro próximo intentando comprobar esta relación.

También estábamos interesados en analizar el tiempo que los alumnos dedican a la fase de comprensión del problema y el análisis de los resultados nos indica que los alumnos no dedican el tiempo necesario a leer y comprender los enunciados de los problemas y que abandonan con bastante facilidad. En ambos cuestionarios no hemos encontrado una relación significativa entre la calificación obtenida y el tiempo empleado en realizar el cuestionario. Creemos que simplemente decirles a los alumnos que deben dedicar más tiempo a este aspecto no es la solución, nos orientamos más a la utilización de elementos que introduzcan una mayor reflexión por parte del alumno, en la línea de las sugerencias heurísticas, utilización de representaciones gráficas, tablas de recogida de datos, etc.

Como hemos podido comprobar hemos encontrado una diferencia significativa entre los resultados entre ambos cuestionarios, podemos concluir que el hecho de seleccionar las preguntas ha facilitado la comprensión. Aunque creemos que hay una serie de cuestiones que hay que tener en cuenta, la primera es que los alumnos habían realizado previamente el cuestionario, y esto puede haber originado mejores resultados. La segunda es que tienen dificultades a la hora de comunicar

que han comprendido, y el hecho de tener las respuestas les ha facilitado la tarea. Y por último, creemos, tal y como también han manifestado los alumnos, que la presencia de las respuestas ha sido un elemento de reflexión para facilitar la comprensión de los problemas. Sobre este aspecto queremos seguir trabajando, ya que creemos que en las etapas iniciales de la enseñanza de la resolución de problemas, o con aquellos alumnos que tienen dificultades, se puede utilizar como estrategia la presencia de las respuestas para la comprensión de los enunciados.

Agradecimiento

Los autores de este trabajo queremos agradecer profundamente las impagables aportaciones y sugerencias que los revisores de este artículo nos hicieron llegar para la mejora del mismo.

Referencias

- [1] Real Decreto 1105 por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado (BOE). Madrid, 26 de diciembre de 2014.
- [2] A. Marín y J.L. Lupiáñez, *Principios y estándares para la educación matemática: una visión de las matemáticas escolares*, SUMA, VOL. 48, pp. 105-110, 2005.
- [3] E. Castro, *Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España*, Actas de las Jornadas Investigación en el Aula De Matemáticas. Resolución De Problemas, 2008, pp. 219-226.
- [4] J. Sánchez y J. Fernández, *La enseñanza de la matemática: fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas*, Madrid: CCS, 2003.
- [5] G. Polya, *Cómo plantear y resolver problemas*, México: Trillas, 1989.
- [6] A. Schoenfeld, *Mathematical problem solving*, Orlando, VA: Academic Press., 1985.
- [7] J. D. Bransford y B.S. Stein, *Solución ideal de problemas: guía para mejor pensar, aprender y crear*, Barcelona: Labor, 1986.
- [8] L. Puig y F. Cerdán, *Problemas aritméticos escolares*, Madrid: Síntesis, 1988.
- [9] M. de Guzmán, *Para pensar mejor*, Barcelona: Labor, 1991.

- [10] J. Hernández y M. Socas, *Modelos de competencia para la resolución de problemas basados en los sistemas de representación en Matemática*, SUMA, vol. 16, pp. 82-90, 1994.
- [11] M.L. Callejo, *Evaluación de procesos del alumnado en la resolución de problemas*, UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, vol. 8, pp. 53-61, 1996.
- [12] L. Rico, *La competencia matemática en PISA*, PNA, 1(2), 47-66, 2006.
- [13] A. Vila y M.L. Callejo, *Matemáticas para aprender a pensar*, Madrid: Necea, 2004.
- [14] F. Luque, *Experiencias sobre la resolución de problemas en el aula de Secundaria*, Actas de las Jornadas Investigación en el Aula De Matemática Resolución De Problemas, 2002, pp. 219-226.
- [15] J. Davis, *Student understandings of numeracy problems: Semantic alignment and analogical reasoning*, The Australian Mathematics Teacher , vol. 61, 2013, pp. 19.
- [16] P. C. Lozano y M.A.M. Hernández, *¿Pueden nuestros estudiantes construir conocimientos matemáticos?*, Números, vol. 85, 2014, pp. 49-73.
- [17] M.R. Sánchez and S. Vicente, *Modelos y procesos de resolución de problemas aritméticos verbales propuestos por los libros de texto de matemática españoles*, Cultura y Educación: Revista de teoría, investigación y práctica vol. 27, no. 4, 2015, pp. 710-725.
- [18] J. Fetrow, *Word Problems*, 2009. [Online]. Disponible en: <https://eric.ed.gov/?id=ED506237>
- [19] E. Monroe and R. Panchyshyn, *Helping children with words in word problems*, Australian Primary Mathematics Classroom, vol. 10, no. 4, 2005, pp. 27.
- [20] V. Urquhart, *Using Writing in Mathematics to Deepen Student Learning* Mid-continent Research for Education and Learning (McREL), 2009.
- [21] J.L. González Fernández, *Elaboración y evaluación de tareas matemático-literarias para mejorar la comprensión en 3º de la ESO*, Tesis Doctoral Universidad de Extremadura, 2015.
- [22] J. Toboso, *Evaluación de habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos*, Tesis Doctoral, Universidad de Valencia, 2004.

- [23] S. Vicente, J. Orrantía and L. Verschaffel, *Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas*, *Infancia y Aprendizaje*, vol. 31, no. 4, 2008, pp. 463-483.
- [24] M.d.C. Chamorro, *Las dificultades de lectura y comprensión de los problemas matemáticos escolares*, *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, no. 33, 2003, pp. 99-119.
- [25] B. Blanco and L. Blanco, *Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria*, *Números*, no. 71, 2009, pp. 7.
- [26] J.A. Fernández, *La resolución de problemas matemáticos. Creatividad y razonamiento en la mente de los niños*, Madrid: Grupo mayeútica-educación, 2010.
- [27] R. Pérez Juste, A. Galán González y J. Quintanal Díaz, *Métodos y diseños de investigación en educación*, España: UNED - Universidad Nacional de Educación a Distancia, 2012.